



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
(МИНОБРНАУКИ РОССИИ)  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ДАГЕСТАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**



"Утверждаю"

Председатель ДФИЦ РАН

А.К. Муртазаев

2021 г.

Рабочая программа дисциплины  
«Экстремальные задачи теории приближения»  
по направлению подготовки: 01.06.01 – «Математика и механика» (вещественный,  
комплексный и функциональный анализ)  
Уровень образования  
Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:  
«Исследователь. Преподаватель-исследователь»  
Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

Разработчики: отдел математики и информатики,

Шарапудинов Т.И. – кандидат физико-математических наук, врио зав. отделом математики и информатики ДФИЦ РАН.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании Объединенного Ученого совета \_\_\_\_\_, от 24.02 2021 г., протокол № 2(4)

Согласовано:

Зам. председателя по науке



А.Б. Биарсланов

Зав. отделом аспирантуры



Д.К. Сфиева

### Аннотация

Дисциплина относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Дисциплина реализуется ОМИ ДФИЦ РАН.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с наилучшими приближениями функций в различных пространствах, характеристическими свойствами элемента наилучшего приближения, структурными свойствами функций, поперечниками.

Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

#### 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину **Экстремальные задачи теории приближения**.

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе зачет	Форма промежуточной аттестации (зачет)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	Консультации		
2к	18	12	6				54	зачет

### **Цели и задачи освоения дисциплины:**

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области экстремальных задач теории приближения.

Задачи дисциплины:

*знать* основные понятия теории приближения, теоремы о существовании, единственности и устойчивости элемента наилучшего приближения, теоремы Чебышева о характеристическом свойстве элемента наилучшего приближения, экстремальные свойства полиномов Чебышева и сплайнов;

*уметь* доказывать основные теоремы теории приближения, решать задачи на элемент наилучшего приближения, на экстремальные свойства полиномов Чебышева;

*владеть:* методами теории экстремальных задач для применения в математике и в области других естественнонаучных дисциплин.

## **2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре**

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

<b>Коды компетенции</b>	<b>Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</b>
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	Знать: основные свойства структурных характеристик непрерывных функций и интегрируемых функций; основные свойства наилучших приближений; основные прямые и обратные теоремы теории полиномиального приближения функций. Уметь: применять характеристическое свойство элемента наилучшего приближения, структурные свойства функций, прямые и обратные теоремы теории приближения в экстремальных задачах, в частности, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владеть основными методами теории экстремальных задач и навыками подбора подходящего вида метрики или аппарата приближения для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.

УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знать на достаточно высоком уровне современные вопросы теории приближения функций. Уметь применять основные теоремы теории приближения в экстремальных задачах, в теории интерполирования, в квадратурных формулах. Владеть основными разделами и важнейшими методами теории приближения функций для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.
ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знать фундаментальные теоремы о наилучших приближениях, в частности, критерии элемента наилучшего приближения в различных формах. Уметь давать оценки наилучших приближений и структурных характеристик для функций из различных классов в различных метриках, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владеть современными методами и навыками оценки погрешности приближения функций различными аппаратами приближения, навыками оценки наименьших полиномиальных уклонений и структурных характеристик функций в различных метриках, методами исследования скорости сходимости рядов Фурье.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знать на достаточно высоком уровне разделы теории интерполирования функций по основным образовательным программам данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела из области теории интерполирования по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа,	Знать: основные понятия и формулировки основных теорем из области современного анализа, вопросы существования, единственности и устойчивости

	функционального анализа, дифференциальных уравнений	элемента наилучшего приближения для различных видов метрик, для различных аппаратов приближения. Уметь: применять основные теоремы современного анализа, в частности, свойства экстремальных полиномов Чебышева и других экстремальных полиномов для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владеть важнейшими методами теории экстремальных задач для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.
ПК-2	Обладать способностью строго доказать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат	Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа, в частности, качественной теории приближения. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем об экстремальных свойствах полиномов, рациональных функций и сплайнов, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть методами доказательства основных теорем о характеристических свойствах элементов наилучшего приближения и навыками их применения в научно-исследовательской работе.
ПК-3	Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты научно-исследовательской работы	Знать формулировки основных теорем качественной теории приближения, включая новые результаты исследований по теории приближения функций в этой области. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития теории приближения в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-4	Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений	Знать на достаточно высоком уровне курс современного анализа, в частности, вопросы качественной теории приближения по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или

		<p>иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа, включая разделы качественной теории приближения.</p>
--	--	---

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
универсальные	УК-2	<p>Знает: основные свойства структурных характеристик непрерывных функций и интегрируемых функций; основные свойства наилучших приближений; основные прямые и обратные теоремы теории полиномиального приближения функций. Умеет: применять характеристическое свойство элемента наилучшего приближения, структурные свойства функций, прямые и обратные теоремы теории приближения в экстремальных задачах, в частности, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владеет основными методами теории экстремальных задач и навыками подбора подходящего вида метрики или аппарата приближения для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	УК-3	<p>Знает на достаточно высоком уровне современные вопросы теории интерполирования функций. Умеет применять основные методы теории интерполирования в квадратурных формулах и для приближенного решения дифференциальных уравнений. Владеет основными разделами и важнейшими методами теории интерполирования функций для возможности их применения при</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
общефессиональные	ОПК-1	решении научных и научно образовательных задач.	
	ОПК-2	<p>Знает на достаточно высоком Уровне экстремальные задачи теории приближения по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики.</p> <p>Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела из области экстремальных задач теории приближения по программе данной образовательной организации.</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
профессиональные	ПК-1	<p>Знает: основные понятия и формулировки основных теорем из области современного анализа, вопросы сходимости интерполяционных процессов для различных видов метрик, для различных аппаратов интерполяции.</p> <p>Умеет: применять основные теоремы современного анализа, в частности, интерполяционные свойства полиномов наилучшего приближения функций для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владеет важнейшими методами теории интерполирования для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю



Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
	ПК-2	<p>Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа, в частности, качественной теории приближения.</p> <p>Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем об экстремальных свойствах полиномов, рациональных функций и сплайнов, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.</p> <p>Владеет методами доказательства основных теорем о характеристических свойствах элементов наилучшего приближения и навыками их применения в научно-исследовательской работе.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ПК-3	<p>Знает формулировки основных теорем качественной теории приближения, включая новые результаты исследований по теории приближения функций в этой области.</p> <p>Умеет доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеет достаточной информацией о современном уровне развития теории приближения в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ПК-4	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс современного анализа, в частности, вопросы качественной теории приближения по программе данной образовательной организации.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа, включая разделы качественной теории приближения.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

### 3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Избранные вопросы теории интерполирования функций
- Педагогическая практика
- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы
- Теория приближения функций

### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	семес	Недел	Аудиторные занятия, в том числе	Самос тоят.	Формы текущего контроля
------------------------------------	-------	-------	---------------------------------	-------------	-------------------------

			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. Раб.		успеваемость и (по неделям семестра) Форма промежуточ ной аттестации (по семестрам)
<b>Модуль 1. Элементы наилучшего приближения</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>			<b>6</b>		<b>3</b>		<b>27</b>	коллоквиум
1. Существование, единственность и устойчивость			4		2			
2. Характеристические свойства			2		1			
<b>Модуль 2. Экстремальные задачи</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>			<b>6</b>		<b>3</b>		<b>27</b>	коллоквиум
1. Полиномы Чебышева			2		1			
2. Экстремальные задачи в пространствах Лебега и Гильберта			2		1			
3. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара			2		1			
<b>ИТОГО за семестр</b>			<b>12</b>		<b>6</b>		<b>54</b>	зачет

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) ЛЕКЦИИ

##### **Модуль 1. Интерполяционные полиномы и рациональные функции**

Тема 1. Существование, единственность и устойчивость

Наилучшие приближения. Постановка задачи.

Существование и единственность элемента наилучшего приближения. Устойчивость элемента наилучшего приближения.

Теорема Хаара

Тема 2. Характеристические свойства

Теорема Колмогорова о наилучшем приближении.

Теорема Чебышева об альтернансе.

Приложения.

##### **Модуль 2. Экстремальные задачи**

Тема 3. Полиномы Чебышева

Определение. Рекуррентные формулы. Основные свойства. Приложения.

Тема 4. Экстремальные задачи в пространствах Лебега и Гильберта.

Наилучшие приближения в интегральных метриках. Функции Стеклова.

Наилучшие приближения в гильбертовом пространстве.

Тема 5. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара

Оценки наилучших полиномиальных приближений

дифференцируемых функций.

## ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

### Модуль 1. Элементы наилучшего приближения

Тема 1. Существование, единственность и устойчивость

Наилучшие приближения. Существование и единственность элемента наилучшего

приближения. Устойчивость элемента наилучшего приближения.

Тема 2. Характеристические свойства

Теорема Чебышева об альтернансе.

Приложения.

### Модуль 2. Экстремальные задачи

Тема 3. Полиномы Чебышева

Рекуррентные формулы. Приложения.

Тема 4. Экстремальные задачи в пространствах Лебега и Гильберта.

Наилучшие приближения в интегральных метриках. Наилучшие приближения в

гильбертовом пространстве.

Тема 5. Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара

Оценки наилучших полиномиальных приближений дифференцируемых функций.

## 5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

### Тематика заданий текущего контроля

#### *Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму*

1. Наилучшее приближение. Основные свойства наилучшего приближения.
2. Критерий наилучшего приближения в пространстве  $C(2\pi)$ .
3. Критерий наилучшего приближения в пространстве  $L^p(2\pi)$  ( $p \geq 1$ ).
4. Прямые теоремы наилучшего приближения в пространствах  $C(2\pi)$ ,  $L^p(2\pi)$ .
5. Обратные теоремы наилучшего приближения в пространствах  $C(2\pi)$ ,  $L^p(2\pi)$ .
6. Точная константа в неравенстве Джексона для функций пространства  $L^2(2\pi)$ .
7. Точная константа в неравенстве Джексона для функций пространства  $C(2\pi)$ .
8. Теорема о поперечнике шара.
9. Поперечники классов  $W_{L^2(2\pi)}^2$  в пространстве  $L^2(2\pi)$ .

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Основная литература**

1. [Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения](#) - Москва: Наука, 1976  
Корнейчук, Н.П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П. Корнейчук ; ред. Б.И. Голубова, Г.Я. Пироговой. - Москва : Наука, 1976. - 320 с. : ил.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456961> (20.04.2021).
2. [Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функции полиномами](#)-Москва: Наука, 1977  
Дзядык, В.К. Введение в теорию равномерного приближения функции полиномами / В.К. Дзядык ; ред. В.В. Абгарян, Л.В. Тайкова. - Москва : Наука, 1977. - 512 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456951> (20.04.2021).
3. [Карлин С., Стадден В. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике](#) - Москва: Наука, 1976  
Карлин, С. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике / С. Карлин, В. Стадден ; пер. с англ. под ред. С.М. Ермакова. - Москва : Наука, 1976. - 568 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459751> (20.04.2021).

### **6.2. Дополнительная литература**

1. [Лоран П. Ж. Аппроксимация и оптимизация](#) - Москва: Мир, 1975  
Лоран, П.Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.Ж. Лоран ; под ред. Г.Ш. Рубинштейн, Н.Н. Яненко ; пер. с фр. Ю.С. Завьялова, Р.А. Звягиной и др. - Москва : Мир, 1975. - 495 с.: ил.; То же [Электронный ресурс].  
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457011> (20.04.2021)
2. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949  
Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва; Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> (20.04.2021).

3. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации / Н. И. Ахиезер. - Изд. 2-е перераб. и доп. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965. - 407с. : граф. - 1-38.

### **6.3. Программное обеспечение**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab
- Mathcad
- Maple

### **6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

### **8. Образовательные технологии**

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискурсивной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.